

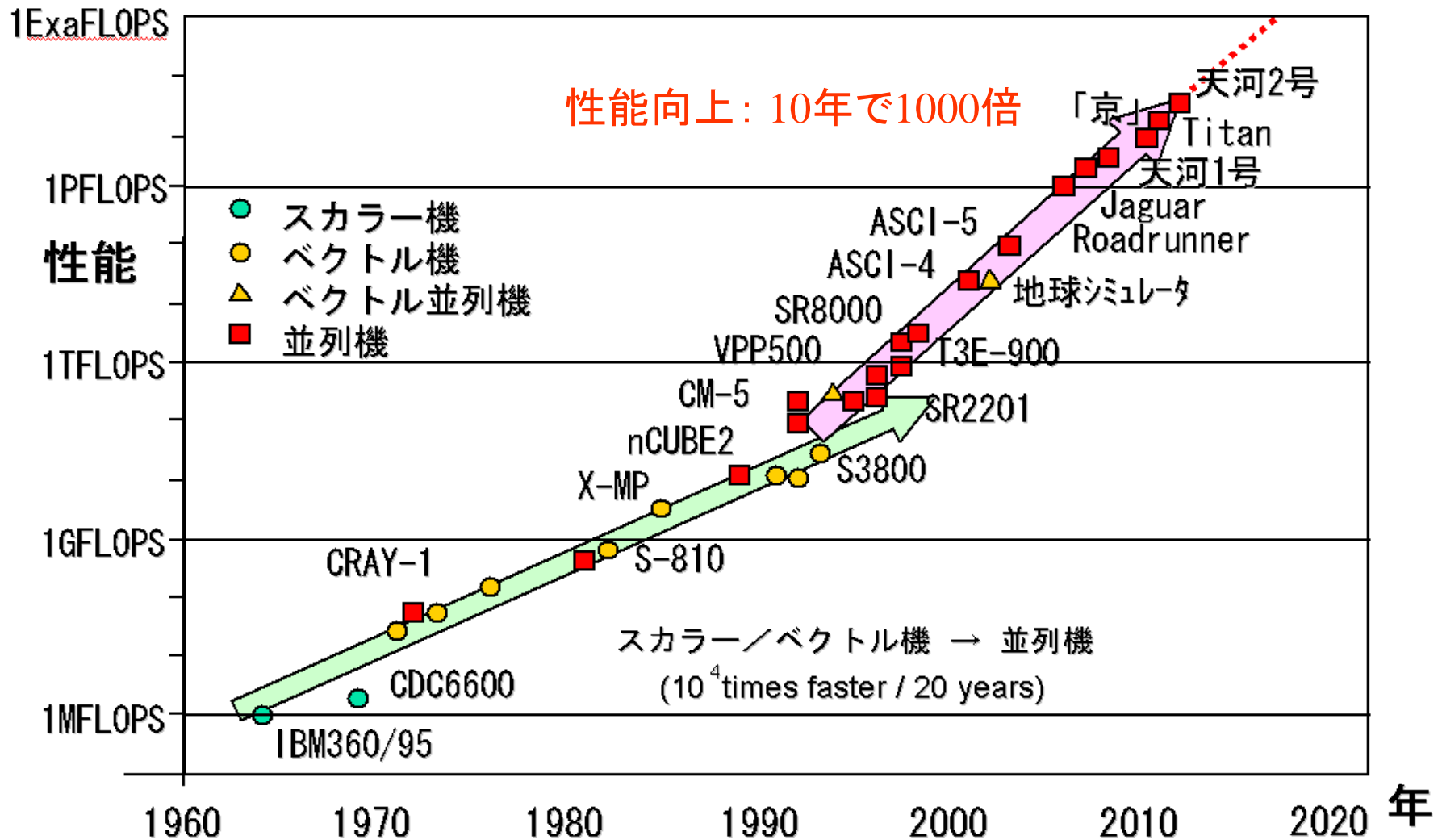
行列計算における高速アルゴリズム — ポストペタ時代に向けた線形計算アルゴリズムの 課題と研究動向 —

2017年6月29日

計算科学技術特論A

電気通信大学 情報理工学研究科 情報・ネットワーク工学専攻
山本 有作

はじめに：スーパーコンピュータの性能動向



2018年にはエクサフロップスマシンが登場の見込み

本発表の目的

- 本発表の目的

- エクサフロップス時代に向けた数値計算アルゴリズムの課題を、線形計算に焦点を当てて考える
- 最近の研究動向について、簡単なサーベイを行う

- 目次

- エクサフロップスマシンのハードウェア特性
- 線形計算アルゴリズムの技術課題
- 最近の研究動向

2018年のスーパーコンピュータ：4つのタイプ

- 汎用型 「京」の後継
 - メモリ容量・帯域・演算性能をバランス良く向上
 - 「京」のように汎用的に様々な問題に適用可能
- 容量・帯域重視型 ベクトル計算機タイプ
 - 汎用型から演算性能を落として、メモリ性能により多くの資源を割く
- 演算重視型 GPU・メニーコアタイプ
 - メモリ性能を落とし、演算性能により多くの資源を割く
- メモリ容量削減型
 - メモリ容量を極限まで削減し、オンチップメモリですべての計算を完結

各タイプの性能諸元(予測値)

- 条件

- 「京」と同程度の消費電力(20MW)
- 「京」と同程度の設置面積(2000~3000m²)

	総演算性能	総メモリ帯域	総メモリ容量
汎用(従来型)	200~400 PFLOPS	20~40 PB/s	20~40 PB
容量・帯域重視	50~100 PFLOPS	50~100 PB/s	50~100 PB
演算重視	1000~2000 PFLOPS	5~10 PB/s	5~10 PB
メモリ容量削減	500~1000 PFLOPS	250~500 PB/s	0.1~0.2 PB
京(参考)	10 PFLOPS	5 PB/s	1.2 PB



最もエクサフロップスに近いのは演算重視型

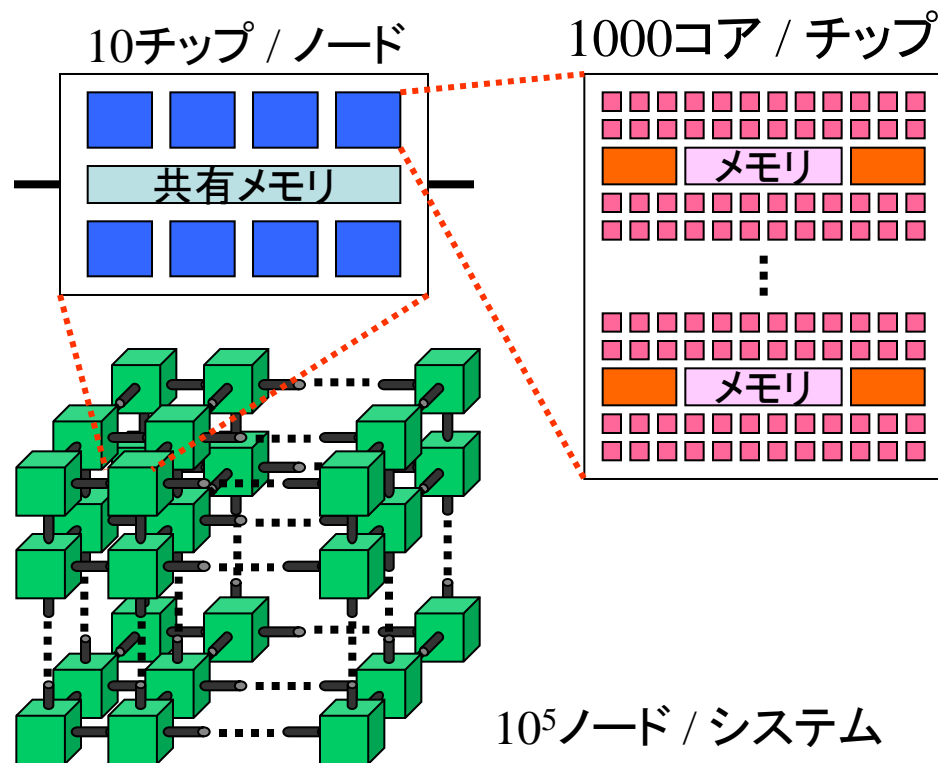
エクサフロップスマシンの特徴(1)

- 多階層の並列性

- 10^9 個程度の演算コア(動作周波数はGHzオーダー)
- コアレベル, チップレベル, ノードレベル, システムレベルの並列性

- 複雑なメモリ階層

- コア毎のレジスタ
- コア毎のキャッシュメモリ
- オンチップメモリ
- ノード内共有メモリ
- 他ノードのメモリ



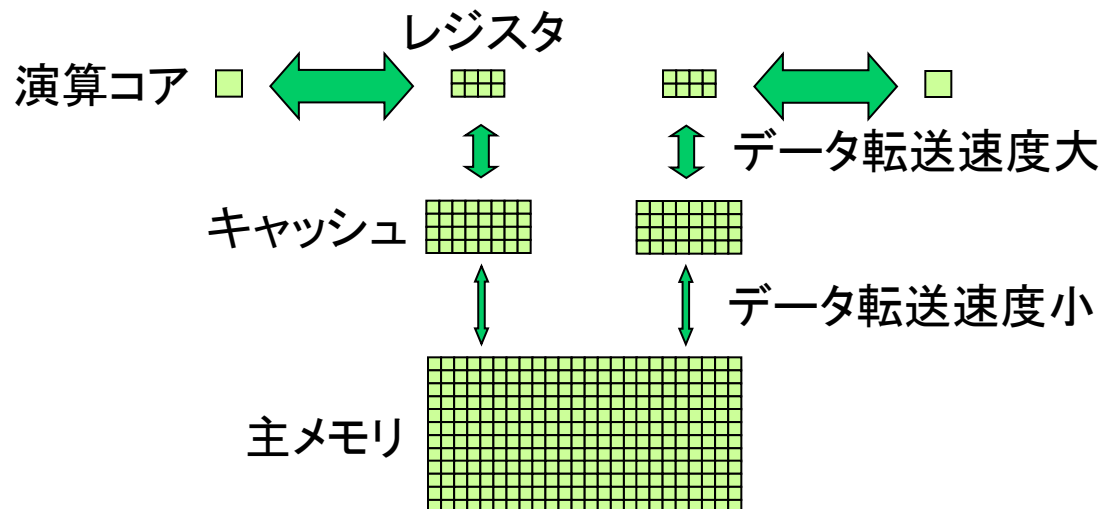
エクサフロップスマシンの特徴(2)

- データ移動コストの増大: スループット

- 主メモリのByte/Flop(データ転送性能と演算性能の比)による比較

	総演算性能	総メモリ帯域	比
演算重視型	1000~2000PFLOPS	5~10PB/s	0.005Byte/Flop
京	10PFLOPS	5PB/s	0.5Byte/Flop

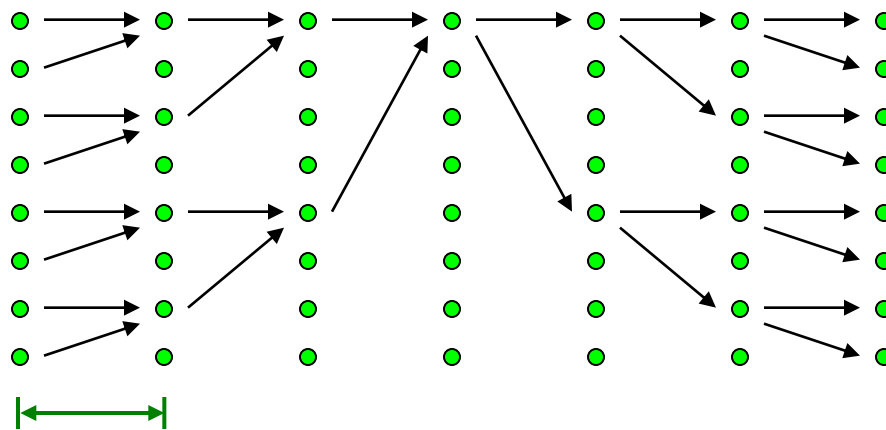
⇒ 主メモリアクセスの相対的成本は、京の場合の100倍



エクサフロップスマシンの特徴(3)

- データ移動コストの増大: レイテンシ(遅延時間)
 - コア間同期・通信レイテンシ: 100サイクル
 - ノード間通信レイテンシ: 80~200サイクル

⇒ AllReduce のような全ノード同期型通信で特に影響大




80~200サイクル

エクサフロップスマシンの特徴(4)

- 電力消費の問題

- 発熱抑制と節電の両面から、電力消費の抑制が重要
- オフチップのデータアクセスが大きな電力を消費
 - 倍精度演算: 1.1pJ/FLOP
 - オンチップデータアクセス: 2.1pJ/Word
 - オフチップデータアクセス: 205pJ/Word

 100倍

- 部品数増加に伴う故障確率上昇

- ハードエラー(熱などによる部品の故障)
- ソフトエラー(α 線などによるビット反転)

ハード/システムソフトレベルでのエラー耐性強化は可能だが、部品数・速度・消費電力の面で大きなコストが必要

アプリケーション並列化における要求の変化

- これまでの並列化研究：弱スケーリングに重点
 - ノード当たりの問題サイズが一定という条件下で並列化
 - ノード数を増やすとともに、問題サイズもどんどん大きくする
 - 比較的、並列性能を出しやすい
- エクサフロップス時代における問題点
 - すべてのアプリで問題サイズ拡大が求められているわけではない
 - 問題サイズは固定し、モデルを精密化したい場合
 - 問題サイズは固定し、時間ステップを増やしたい場合（分子動力学など）
 - 弱スケーリングでは、ノード数増加につれて計算時間も増加
 - 多くの場合、演算量は問題サイズに対して線形より速く増加
 - エクサフロップスマシンの性能を引き出せる問題サイズでは、計算時間が長くなり過ぎて実用的でなくなる場合も

線形計算アルゴリズムの課題(1)

- 10^9 個のコアを活用できる並列性
- データ移動の削減(I): データ移動量の削減
 - データ移動量(階層間/ノード間)に比例してかかるコストの影響を削減

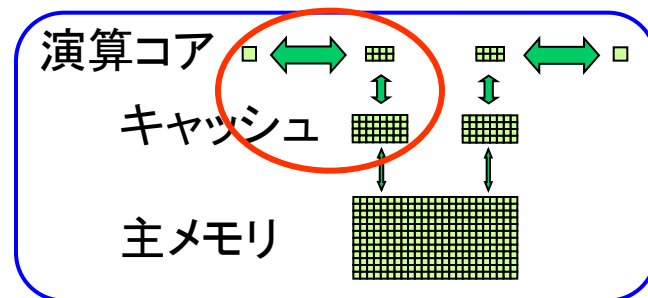


データ再利用性の向上

データが上位のメモリにある間に
できるだけ集中して演算を行う



消費電力削減の面からも有効



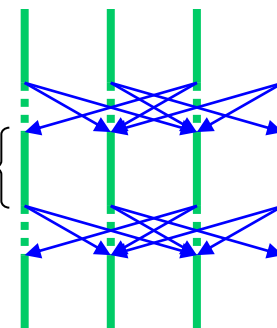
- データ移動の削減(II): データ移動回数の削減
 - データ移動/同期1回ごとにかかるコストの影響を削減



計算粒度の大きいアルゴリズム

同期やデータ移動をできるだけまとめて行う
通信と通信の間で、できるだけ多くの演算を行う

計算粒度



線形計算アルゴリズムの課題(2)

- アルゴリズムレベルでの耐故障性

- 結果不正のノード, 結果を返さないノードがあっても, 計算が破綻せずに進行

- 計算量のオーダーの低減

- ある程度の(確率的)誤差を許容することでオーダーを低減



テンソルの近似に基づくアルゴリズム
確率的アルゴリズム

- 強スケーリングの意味で効率的なアルゴリズム

- 問題サイズを固定したとき, ノード数を増やすほど実行時間が短縮



強スケーリングの条件下では, 通信・同期時間が支配的
大粒度のアルゴリズムはこの場合にも有効

10⁹個のコアを活用できる並列性：密行列の場合

• 正方行列に対するアルゴリズム

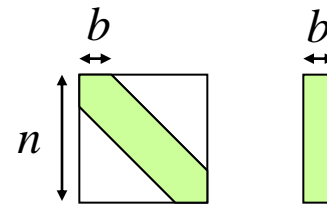
- LU分解, QR分解, 3重対角化, Hessenberg化
- 全体の計算量: $O(n^3)$, 並列性: $O(n^2)$ ⇒ 並列性は十分
- ネックとなりうる部分: ピボット生成, 通信

⇒ これらを隠蔽するためのスケジューリングが重要

- DAGスケジューリング

• 帯行列・縦長行列に対するアルゴリズム

- 帯行列のLU分解, 帯行列の3重対角化,
- 縦長行列のQR分解, ベクトル逐次添加型の直交化
- 全体の計算量: $O(n^2b)$ or $O(nb^2)$, 並列性: $O(b^2)$, $O(nb)$ or $O(n)$



⇒ 新たな並列性を導入できるアルゴリズムが必要

- 帯行列に対する分割統治型のLU分解
- Compact WY 表現に基づくベクトル逐次添加型直交化法

10⁹個のコアを活用できる並列性：疎行列の場合

- 部分空間への射影に基づく反復解法

- 連立1次方程式の解法：Krylov部分空間法全般
- 固有値問題の解法：Lanczos法, Arnoldi法, Jacobi-Davidson法



部分空間の拡大操作は本質的に**逐次的**
並列性：行列ベクトル積の並列度 $O(nz)$

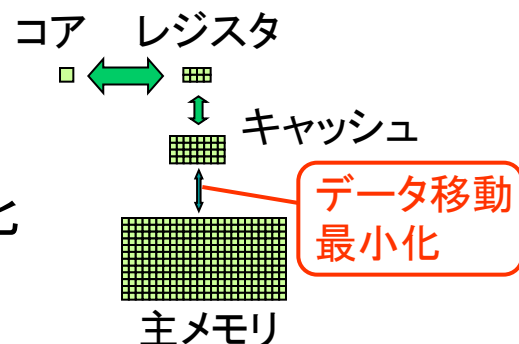
- 並列性を向上させる手法

- ブロックKrylov部分空間法
 - 複数の初期ベクトルから出発し, **複数の部分空間**を同時に生成
 - 部分空間の数だけ並列性が向上
- 数値積分を用いたフィルタで部分空間を生成する手法
 - 櫻井・杉浦法
 - **積分点ごとの並列性**を新たに利用可能

データ移動の削減：密行列の場合

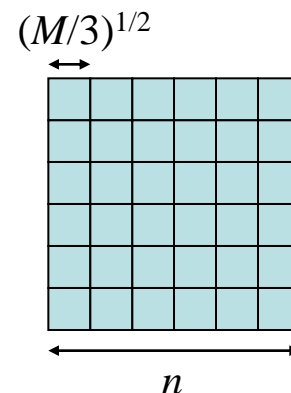
• 想定する状況と目標

- コア: 1個, キャッシュ: M ワード, 行列サイズ: n
- キャッシュと主メモリとの間のデータ移動を最小化
 - ノード間通信最小化でも同様の手法を適用可能



• ブロック化(タイル)アルゴリズム

- 行列を, サイズ $(M/3)^{1/2} \times (M/3)^{1/2}$ のブロックに分割
 - ブロック3個がキャッシュに入る
- 各ブロックを要素と見て行列計算を行う
 - 行列乗算
 - LU分解, コレスキー分解, QR分解
 - ブロック3重対角化, ブロック Hessenberg 化
- 演算の主要部分はブロックどうしの乗算であり, これはキャッシュ上で実行可能



ブロック化アルゴリズムの例

- ブロック化コレスキー分解

- ブロックサイズを $L = (M/3)^{1/2}$, 第 (I, J) ブロックを A_{IJ} とする

```
do K=1, n/L
  AKK := Cholesky(AKK)
  do I=K+1, n/L
    AIK := AIKAKK-T
  end do
  do J=K+1, n/L
    do I=J, n/L
      AIJ := AIK AJKT
    end do
  end do
end do
```

対角ブロックのコレスキー分解

ブロックピボット列の作成

ブロックどうしの行列乗算
(演算の主要部)

- LAPACKで採用されているアルゴリズム

ブロック化アルゴリズムの最適性

- 定理 (Ballard, Demmel, Holtz and Schwartz, 2009)
 - ブロックサイズを $(M/3)^{1/2}$ としたブロック化コレスキー分解は、前記の仮定の下で、キャッシュと主メモリの間のデータ移動量をオーダーの意味で最小化する
- 証明
 - 行列乗算についてはデータ移動量の下界がわかっていることに着目
 - コレスキー分解を用いて行列乗算を計算するアルゴリズムを構築
 - これより、定数倍の差を除いて、

コレスキー分解における
データ移動量の下界

\geq

行列乗算における
データ移動量の下界

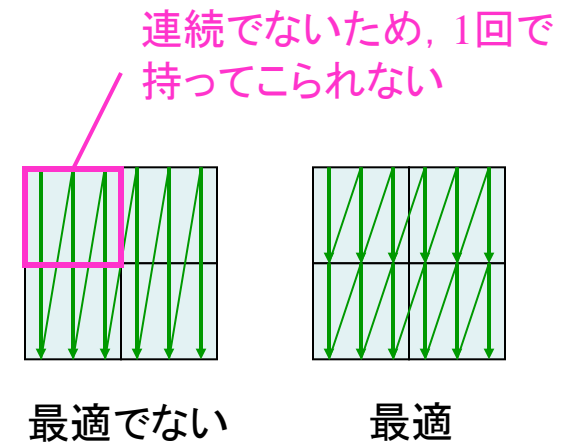
と言える

- ブロック化コレスキー分解が右辺の下界を達成することを示す

Communication optimal なアルゴリズム

- データ移動回数回数の最小化

- 1回のデータ移動では、主メモリの連続した領域しか持ってこれないと仮定
- このとき、通常の行列格納形式では、ブロック化コレスキーは移動回数最小にならない
- ブロック単位の格納順を使うことで、データ移動回数も最小化



⇒ **Communication optimal** なアルゴリズム

- データ移動量・回数回数の下界が知られているアルゴリズムの例

- 行列乗算 ($O(n^3)$ / Strassen)
- LU分解, コレスキー分解
- QR分解, 最小2乗法
- 固有値分解, 特異値分解

両方について下界を達成する
(Communication optimal な)
アルゴリズムの開発が、活発
な研究テーマ

データ移動の削減：疎行列の場合

- Krylov部分空間法

- $K_k(A; b) = \text{span}\{b, Ab, A^2b, \dots, A^{k-1}b\}$ の中で近似解を求めていく解法
- 演算の主要部分は疎行列ベクトル積 $y = Ax$
- 1ステップ中に複数回の内積(またはノルム計算)が存在

- データ移動の観点からの問題点

- 行列ベクトル積は行列データの再利用性が低い
 - $y = Ax$ において, A の各要素は1回しか計算に利用しない
- 内積は全ノードでの AllReduce を必要とし, レイテンシの影響大

- 課題

- 行列ベクトル積におけるデータ再利用性の向上
- 複数の内積をまとめて同期回数を削減



以下ではGMRES法を例として手法を紹介

GMRES法

- 原理

- A をかける操作と直交化を繰り返し、部分空間を広げながら正規直交基底 $\{q_1, q_2, q_3, \dots\}$ を生成
- 各ステップにおいて、 $\|r^{(n)}\|_2 = \|Ax^{(n)} - b\|_2$ が最小になるよう解を更新

- アルゴリズム (正規直交基底の生成部分)

```
[Arnoldi process]
```

```
 $q_1 = b / \|b\|_2$ 
```

```
for  $n = 1, 2, 3, \dots$ 
```

```
   $v = Aq_n$ 
```

```
  for  $j = 1$  to  $n$ 
```

```
     $h_{jn} = q_j^T v$ 
```

```
     $v = v - h_{jn}q_j$ 
```

```
  end for
```

```
   $h_{n+1,n} = \|v\|_2$ 
```

```
   $q_{n+1} = v / h_{n+1,n}$ 
```

```
end for
```

} 新たなベクトルの生成 (空間の拡張)

} 直交化

} 正規化

手法(I): ブロック GMRES 法

- アイデア

- 複数 (b 本) の初期ベクトル $R^{(0)} = [r_1^{(0)}, \dots, r_b^{(0)}]$ から出発し, ブロック Krylov 部分空間 $K_b^{(m)}(A; R^{(0)})$ 内で解を求める

- 普通の GMRES 法との比較(1ステップあたり)

	GMRES	ブロックGMRES
演算量(行列ベクトル積)	1 ($y=Ax$)	b ($Y=AX$)
行列データのアクセス回数	1 ($y=Ax$)	1 ($Y=AX$)
同期回数*	1	1

再利用性
 b 倍向上

同期回数
実質 $1/b$

* 直交化に compact WY 表現またはCGS法を用いた場合

- 効果

- 行列アクセス回数・同期回数は同じため, 実行時間増加は b 倍以下
- ブロック Krylov 部分空間を使うことによる収束性向上の効果も存在

⇒ 右辺が複数本の場合は有利. 1本でも高速化できる場合もある

手法(II): k -step GMRES 法

• アイディア

- 行列ベクトル積 $A\mathbf{r}^{(m)}$, $A^2\mathbf{r}^{(m)}$..., $A^k\mathbf{r}^{(m)}$ を一度に行って Krylov 部分空間を一度に k 次元拡大し, その後に正規直交基底を生成する

• 普通の GMRES 法との比較(1ステップあたり)

	GMRES	k -step GMRES
演算量(行列ベクトル積)	1	$1+\alpha$
行列データのアクセス回数	1	$1/k$
同期回数*	1	$1/k$

再利用性
 k 倍向上

同期回数
 $1/k$

* 直交化に compact WY 表現またはCGS法を用いた場合

• 効果

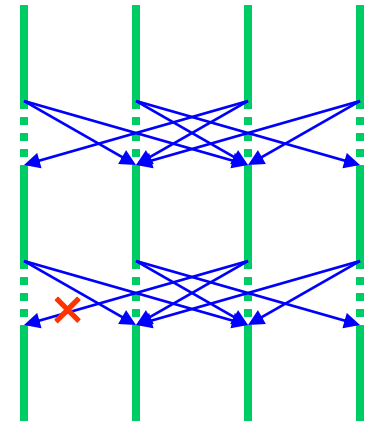
- 再利用性向上と同期の削減により, **大きな性能向上**が期待できる
- ただし, (直交化前の)基底が線形従属に近い場合は, **収束性が悪化**

➡ 線形独立性を高めるため, A の単項式の代わりに直交多項式を使い, 3項間漸化式で計算するなどの工夫が検討されている

アルゴリズムレベルでの耐故障性

• 想定する状況と目標

- 複数のノードが通信を行いつつ協調して計算
- そのうち1個のが不正な結果を返すか、あるいは結果を返さなくても、計算は破綻せずに進行
- その場合、精度劣化、収束性劣化は許容
- 計算の一部を、高信頼モード／高信頼ハードウェア(ただし計算コスト大)で行ってもよい



• 考察

- 複数のノードの結果を集めて部分空間を改良するタイプのアルゴリズムは、耐故障性と親和性が高い
- 大粒度並列性は、耐故障性にとっても有利
 - 高信頼モードの使用頻度を削減できる

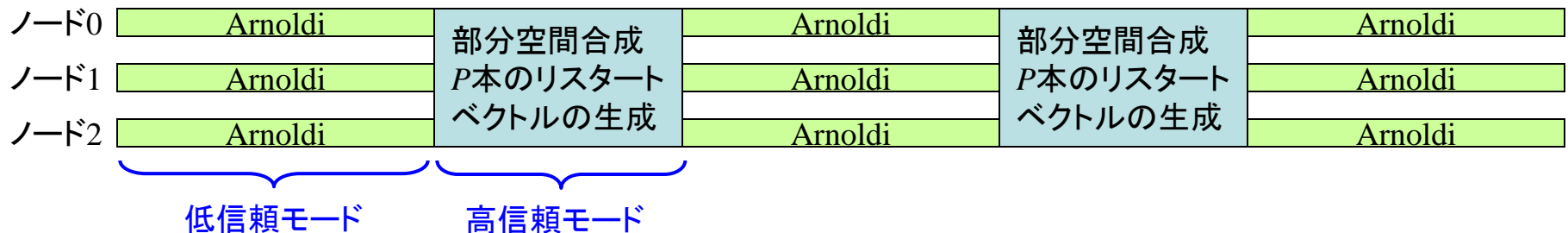
MERAM (Multiple Explicitly Restarted Arnoldi Method)

- アルゴリズム (Emad, Petiton & Edjlali, 2005)

- (1) P 個のノードで, 異なる初期ベクトルを用いて独立にArnoldi法を実行
- (2) 各ノードで作ったKrylov部分空間を合わせ, 大きな部分空間を生成
- (3) その中で P 本の初期ベクトルを新たに生成し, Arnoldi法をリスタート

- 耐故障性

- 上記(1)を低信頼モード, (2), (3)を高信頼モードで実行
 - 計算量の大部分は(1)のステップ
- (1)において, 結果不正のノード / 結果を返さないノードがあっても, 収束性が落ちるだけで, **計算は破綻しない**

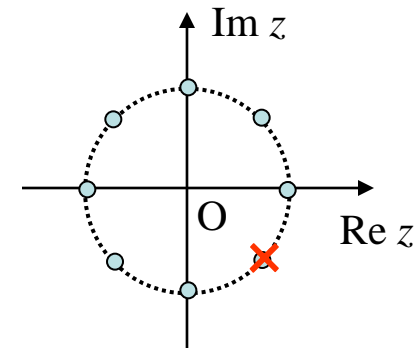


耐故障性を持つその他のアルゴリズム

- Fault-Tolerant GMRES法 (Hoemmen & Heroux, 2011)
 - Flexible GMRES法の枠組みを利用
 - 結果不正を, 不適切な前処理と解釈して計算を続行
 - そのステップでは無駄に部分空間が大きくなるが, 精度には悪影響なし

- 櫻井・杉浦法

- ある積分点を担当するノードが結果を返さない場合, その点を使わない積分公式を新たに構築して使用



- 密行列向けの解法

- 直接解法では, 1箇所の計算間違いで結果に壊滅的な影響
- アルゴリズムレベルでの耐故障性の実現は, 原理的に難しそう

確率的アルゴリズムによる計算量のオーダー低減

- 特異値分解: 行列の最良の低ランク近似を与える分解
 - 画像処理, 信号処理, 情報検索など広い応用
 - $m \times n$ 行列 ($m \geq n$) の場合の演算量は $O(mn^2)$ と大きい
- CX分解: 特異値分解の代替手法
 - C : A の列ベクトルを k 本 ($1 \leq k \leq n$) 選んでできる $m \times k$ 行列
 - X : 適当な $k \times n$ 行列
 - このとき, $\|A - CX\|_F$ をできるだけ小さくする C と X を求める

⇒ A の特徴を最もよく表す s 本の列ベクトルを選ぶことに相当

⇒ Fノルムに対しては, $X = C^+A$ と選ぶのが最適
したがって, 問題は C を選ぶことに帰着

Leverage score に基づく確率的アルゴリズム

- Leverage score (Drineas et al., 2008)
 - A の打ち切り型特異値分解を $A = U_k \Sigma_k V_k^T$ とする
 - このとき, 次の量を, V_k^T の第 j 列の Leverage score と呼ぶ

$$p_j = \frac{\| (V_k^T)^{(j)} \|_2^2}{k}$$

- サンプリングと誤差評価
 - 確率 p_j に従い, A の列をサンプリングする
 - このとき, 確率 0.9 以上で次の誤差評価が成り立つ

$$\| A - CC^\dagger A \|_F \leq (1 + \epsilon) \| A - A_k \|_F$$

サンプリング 相対評価
回数に依存

- 問題点
 - Leverage score の計算には, V_k^T が必要(このままでは非実用的)

Leverage score の近似

- 近似アルゴリズム (Clarkson et al., 2012)
 - $O(mn \log m)$ の計算量で, Leverage score を近似的に計算するアルゴリズムが存在する
- アイディア
 - A に左から適当な直交行列をかけることで, 一様な Leverage score を持つ行列 A' に変換
 - Johnson & Lindenstrauss の補題と高速 Walsh-Hadamard 変換を使う
 - A' に対して一様なサンプリングを行い, CX 分解を求める
 - A' の CX 分解から, A の CX 分解を求める



相対誤差の意味での(確率的)誤差評価を持つCX分解の計算が,
 $O(mn \log m)$ で可能に

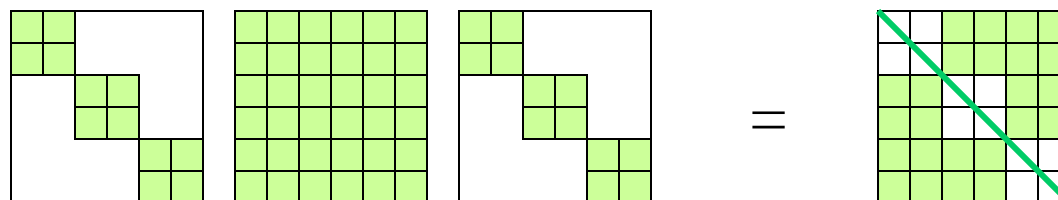
強スケーリングの意味で効率的なアルゴリズム

- 実対称行列の全固有値・固有ベクトル計算
 - 分子軌道法をはじめ, 様々な問題で重要
 - $n=10,000$ 程度の中規模問題に対する需要も多い
- 想定する状況と目標
 - 行列サイズは $n=10,000$ に固定
 - ノードは何個使ってもよいから, できるだけ高速に解きたい
 - 分子軌道法では, 多電子積分の計算量が $O(n^4)$ 以上で並列性も高い
 - この部分を並列化するため, 1万ノード以上を確保している例もある
- 標準的な行列計算ライブラリ(ScaLAPACK)での結果
 - 「京」上では, ノード数を400以上にしても, 計算が加速しない
 - 実行時間の70%以上を占める通信オーバーヘッドのため
 - 確保した1万ノードの大部分は, 固有値計算部分では遊んでしまう

強スケーリングの意味で効率的なアルゴリズム

- ブロックヤコビ法による全固有値・固有ベクトル計算

- 行列をブロックに分割し, 直交変換により複数の非対角ブロックを並列に消去
- これを繰り返すことで, 行列を対角行列に近づける



- アルゴリズムの特性

- 演算量は3重対角化に基づく解法の10倍以上
- P ノードで2次元分割を行った場合, 通信回数は $O(P^{1/2} \log P * Iter)$

➡ $n=P=10,000$ ならば3重対角化の通信回数 $O(N \log P)$ に比べて小さい通信OHの大きい状況では, 3重対角化法より高速となる可能性

強スケーリングの意味で効率的なアルゴリズム

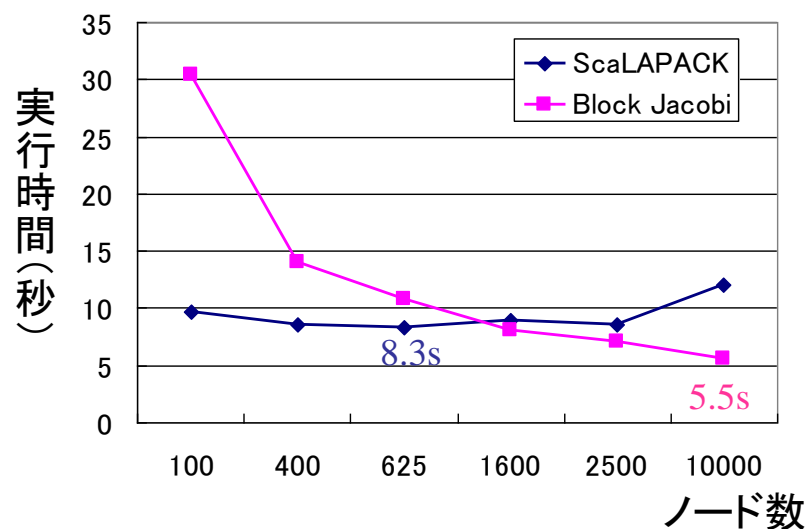
- ScaLAPACK とブロックヤコビ法の性能比較 (Kudo, 2013)

- 「京」上で1万ノードまでを使用して実行時間を測定
- 行列サイズは $n=10,000$ に固定



強スケーリングの条件下では
ブロックヤコビ法が優位

消去順序の最適化, 前処理により, 更に高速化の可能性



- 強スケーリングの条件下でのアルゴリズム設計

- 通信・同期オーバーヘッドの削減が重要
- そのためならば, 演算量のある程度増やしてもよい
 - 中務氏の新しい固有値・特異値計算アルゴリズム

大粒度並列性を持つQR分解手法

- $A \in \mathbf{R}^{m \times n}$ ($m \geq n$) のQR分解

- full QR分解 $A = QR$

$$A = Q R$$

- thin QR分解 $A = \tilde{Q}\tilde{R}$

$$A = \tilde{Q} \tilde{R}$$

- QR分解に対する2つの見方

- \tilde{Q} に着目 \rightarrow A の列ベクトルの正規直交化

- R に着目 \rightarrow 直交行列による A の上三角化

} 様々な応用

- QR分解のアルゴリズム

- ハウスホルダー法

- 古典／修正グラム・シュミット法

} 高性能計算の観点からは課題が多い

CholeskyQR2法による大粒度並列QR分解

- Cholesky QR 法による行列 $X \in \mathbf{R}^{m \times n}$ ($m \geq n$) のQR分解

- アルゴリズム

$$A = X^T X,$$

$$R = \text{Chol}(A). \quad (\text{コレスキー分解: } A = R^T R)$$

$$Y = X R^{-1}.$$

- 長所: **大粒度並列**, すべての計算がブロック化可能
- 短所: X の条件数が大きいとき, 直交行列 Y の直交性が悪化

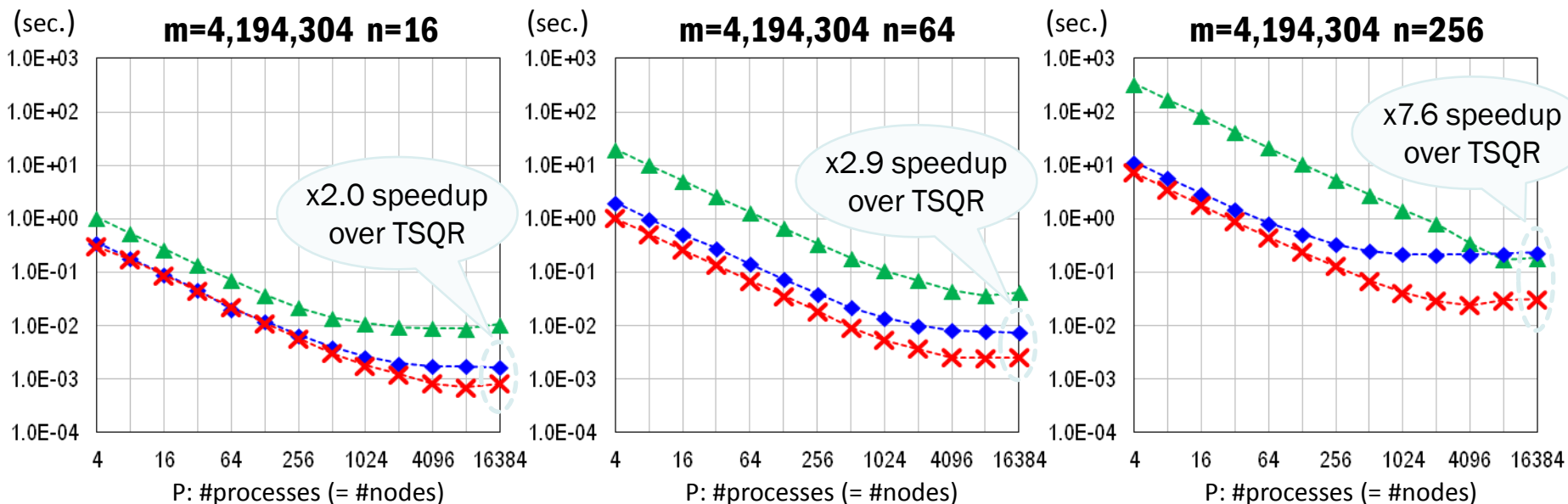
- CholeskyQR2 法^{*1}

- Cholesky QR 法で得られた Y を再直交化
 - Y を X と見て, 上記のアルゴリズムをもう一度繰り返す
- X の条件数が **10^8 以下** ならば, 極めて精度の良い結果が得られる
 - 直交性 $\|Q^T Q - I\|$ も残差 $\|X - YR\|$ も丸め誤差レベル

^{*1} Y. Yamamoto et al.: “Roundoff Error Analysis of the CholeskyQR2 Algorithm”,
Electronic Transactions on Numerical Analysis, Vol. 44, pp. 306-326 (2015).

「京」上でのCholeskyQR2法の性能

---▲--- ScaLAPACK (Householder QR) -◆- TSQR -✕- CholeskyQR2



- TSQRとCholeskyQR2はScaLAPACK(ハウスホルダーQR)より高速
(n=256でPが大きい場合を除く)
- CholeskyQR2はTSQRよりも高速
(Pが大きい場合だけでなく、Pが小さい場合でも)

コレスキーQR分解を2回繰り返してもまだTSQRより高速！

CholeskyQR2法の応用

- 第一原理分子動力学法における波動関数の時間発展

$$m\ddot{\psi}_i(\vec{r}, t) = -\frac{\delta E_{tot}}{\delta \psi_i^*(\vec{r}, t)} + \sum_j \Lambda_{i,j} \psi_j(\vec{r}, t) = -H\psi_i(\vec{r}, t) + \sum_j \Lambda_{i,j} \psi_j(\vec{r}, t)$$

- 時間離散化を行った場合

– $X_t = [\psi_1(\mathbf{r}, t), \dots, \psi_N(\mathbf{r}, t)]$ とおくと,

$$\tilde{X}_{t+\Delta t} = X_t + C\Delta t \quad \text{時間発展}$$

$$X_{t+\Delta t} = \tilde{X}_{t+\Delta t} R \quad \text{直交化(QR分解)}$$

- X_t は直交化されているから, Δt が小さければ, $\tilde{X}_{t+\Delta t}$ も直交に近い
- すなわち, 条件数は小さい(列が直交する場合, 条件数は1)



CholeskyQR2法が適用可能のはず

おわりに

• 本発表のまとめ

- エクサフロップスマシンでは、多階層の超並列性、データ移動コストの増大、故障確率の上昇などが課題となる。また、強スケーリングでの並列化効率がより重視される。
- そのため、線形計算アルゴリズムの研究では次の点が重要になる。
 - 10^9 レベルの並列性
 - データ移動量・移動回数の削減
 - アルゴリズムレベルでの耐故障性
 - (確率的)近似による計算量のオーダーの削減
 - 強スケーリング性
- これらの方向に沿った最近の研究をいくつか紹介した。

- 会議概要

- 線形代数全般に関する(たぶん)世界最大の国際会議
- Communication-avoiding など, HPCに関連する発表も多い
- 本発表でも, この会議で聞いた様々な講演を参考にした

- 出張報告

- <http://www.na.scitec.kobe-u.ac.jp/~yamamoto/conference.html>